

**Manuel d'Utilisation**  
**Fascicule U4.8- : Post-traitement et analyses dédiées**  
**Document : U4.82.03**

## Opérateur *CALC\_G\_THETA\_T*

### 1 But

Calculer le taux de restitution d'énergie en 2D ou 3D et les facteurs d'intensité de contraintes en 2D.

Cet opérateur calcule les grandeurs de mécanique de la rupture suivantes :

- le taux de restitution d'énergie  $G$  en 2D ou en 3D par la méthode  $\theta$  dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire [R7.02.01] et [R7.02.03], en statique ou en dynamique [R7.02.02]
- la forme bilinéaire  $g$ , fonction d'une série de déplacements, telle que  $g(u,u)=G(u)$ ,
- les facteurs d'intensité de contraintes  $K1$  et  $K2$  en 2D (déformations planes ou contraintes planes) par la méthode des déplacements singuliers dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire [R7.02.05].

Pour des études mécano-fiabilistes d'évaluation de probabilité d'amorçage de la rupture, on calcule en plus du taux de restitution d'énergie  $G$ , sa dérivée par rapport à une variation de domaine pilotée par une fonction  $\theta$  idoine [R7.02.01] [R4.03.01]. Cette option se limite aux problèmes thermo-élastiques linéaires 2D s'appuyant sur des éléments finis quadratiques.

Avant une première utilisation, il est conseillé de se référer aux documents de référence et de conseils d'utilisation correspondants, notamment le document [U2.05.01].

Les fonctionnalités concernant le taux de restitution d'énergie avec propagation Lagrangienne (c'est-à-dire pour une extension de la fissure en utilisant le même maillage) en 2D ou en 3D dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire sont décrites dans le document [R7.02.04].

Cet opérateur génère un concept de type `table`.

## 2 Syntaxe

```
[tabl_*] = CALC_G_THETA_T
(
  ◇ MODELE = mo, [modele]
  ◇ CHAM_MATER = mater, [cham_mater]
  ◇ THETA = theta, [cham_no_DEPL_R]
# récupération du champ de déplacements
  ◇ / DEPL = depl, [cham_no_DEPL_R]
  / ◇ VITE = vite, [cham_no_DEPL_R]
  ◇ ACCE = acce, [cham_no_DEPL_R]
  / RESULTAT = resu, / [evol_elas]
  / [evol_noli]
  / [dyna_trans]
  / [mode_meca]

# si RESULTAT de type evol_elas, evol_noli ou dyna_trans
  ◇ / TOUT_ORDRE = 'OUI', [DEFAULT]
  / NUME_ORDRE = l_ordre, [l_I]
  / LIST_ORDRE = lis, [listis]
  / INST = l_inst, [l_R8]
  / LIST_INST = l_reel, [listr8]

# si RESULTAT de type mode_meca
  ◇ / TOUT_MODE = 'OUI', [DEFAULT]
  / NUME_MODE = l_ordre, [l_I]
  / LIST_MODE = lis, [listis]
  / FREQ = l_inst, [l_R8]
  / LIST_FREQ = l_reel, [listr8]

  ◇ | PRECISION = / prec, [R]
  / 1.0D-6, [DEFAULT]
  | CRITERE = / 'RELATIF', [DEFAULT]
  / 'ABSOLU' ,

# chargement
  ◇ EXCIT = (_F( ◇ CHARGE = charge , [char_meca]
  [char_cine_meca]
  ◇ FONC_MULT = fmult, [fonction]
  [formule]
  ),)
  ◇ SYME_CHAR = / 'SANS' , [DEFAULT]
  / 'SYME' ,
  / 'ANTI' ,

# comportement
  ◇ / COMP_ELAS = _F (
  ◇ RELATION = / 'ELAS', [DEFAULT]
  / 'ELAS_VMIS_LINE',
  / 'ELAS_VMIS_TRAC',
  ◇ DEFORMATION = / 'PETIT', [DEFAULT]
  / 'GREEN',
  ◇ / TOUT = 'OUI', [DEFAULT]
  / | GROUP_MA = lgrma, [l_gr_maille]
  | MAILLE = lma, [l_maille]
  ),
```

Titre : **Opérateur CALC\_G\_THETA\_T**  
Auteur(s) : **E. GALENNE, O. BOITEAU, G. NICOLAS**

Date : **31/01/06**  
Clé : **U4.82.03-H1** Page : **3/24**

```

/   COMP_INCR =_F (
    ◇   RELATION      = /   'ELAS' ,           [DEFAULT]
                        /   'VMIS_ISOT_TRAC' ,
                        /   'VMIS_ISOT_LINE' ,
    ◇   DEFORMATION   = /   'PETIT' ,           [DEFAULT]
                        /   'PETIT_REAC' ,
    ◇   /   TOUT      = 'OUI' ,           [DEFAULT]
        /   |   GROUP_MA = lgrma ,         [l_gr_maille]
        |   MAILLE    = lma ,             [l_maille]
        ),
    ◇   ETAT_INIT =_F (
        ◆   /   |   DEPL      = dep ,         [cham_no_DEPL_R]
        |   SIGM      = sig ,             /   [carte_SIEF_R]
                                           /   [cham_elem_SIEF_R]
        ),

#   option demandée : -   calcul du taux de restitution d'énergie G
#                       -   calcul des coefficients d'intensité de
#                           contraintes K1 et K2
#                       -   calcul de G avec propagation Lagrangienne
#                       -   calcul de la forme bilinéaire g
#                       -   calcul de la dérivée de G par rapport à une
#                           variation de domaine.

    ◇   OPTION = /   'CALC_G' ,           [DEFAULT]

#                       /   ◆   'CALC_K_G' ,
#                           ◆   FOND_FISS = fiss ,         [fond_fiss]

#                       /   ◆   'K_G_MODA' ,
#                           ◆   FOND_FISS = fiss ,         [fond_fiss]

#                       /   ◆   'CALC_G_LAGR' ,
#                           ◆   PROPAGATION = alpha ,     [l_Kn]

#                       /   'G_BILINEAIRE' ,

#                       /   ◆   'CALC_G_MAX' ,
#                           ◆   BORNES =_F (
#                               ◆   NUME_ORDRE = num ,     [I]
#                               ◆   VALE_MIN   = qmin ,    [R]
#                               ◆   VALE_MAX   = qmax ,    [R]
#                           ),

    ◇   SENSIBILITE = ( ... voir [U4.50.02])
    ◇   TITRE = titre ,           [l_Kn]

#   impression d'informations

    ◇   INFO = /   1 ,           [DEFAULT]
              /   2 ,

)

```

## 3 Opérandes

### 3.1 Opérande MODELE

◇ `MODELE = mo`

`mo` est le nom du modèle sur lequel sont calculés  $G$ ,  $K_1$  et  $K_2$ . Il est généré par la commande `AFFE_MODELE` [U4.41.01].

Le nom du modèle est :

- Facultatif si le champ de déplacement est donné avec le mot-clé `RESULTAT` et si la structure de données `resu` est du type `EVOL_ELAS`, `EVOL_NOLI` :
  - Si le nom du modèle est absent, l'opérateur prend celui qui est présent dans la structure de données `resu` ;
  - Si le nom du modèle est fourni par l'utilisateur, l'opérateur vérifie s'il est identique à celui présent dans la structure de données `resu`, dans le cas contraire une erreur fatale est émise.
- Obligatoire dans tous les autres cas.

Le calcul du taux de restitution d'énergie  $G$  (option '`CALC_G`') est valable pour les modélisations suivantes :

- `D_PLAN`,
- `C_PLAN`,
- `AXIS`,
- `3D`.

Ces modélisations correspondent :

- pour un milieu bidimensionnel à des triangles à 3 ou 6 nœuds, des quadrangles à 4, 8 ou 9 nœuds et des segments à 2 ou 3 nœuds,
- pour un milieu tridimensionnel à des hexaèdres à 8, 20 ou 27 nœuds, des pentaèdres à 6 ou 15 nœuds, des tétraèdres à 4 ou 10 nœuds, des pyramides à 5 ou 13 nœuds, des faces à 3, 4, 8 ou 9 nœuds.

Le calcul des facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$ ,  $K_2$  (option '`CALC_K_G`') est possible pour les modélisations suivantes :

- `D_PLAN`,
- `C_PLAN`.

Le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en 3D à partir du taux de restitution d'énergie est possible pour des éléments linéaires avec l'option '`CALC_K_G`' de l'opérateur `CALC_G_LOCAL_T`. A ce jour, l'option n'est pas développée pour les modélisations axisymétriques.

Pour une fissure plane dans un matériau élastique, homogène et isotrope, on peut également accéder aux valeurs de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  par extrapolation des sauts de déplacements sur les lèvres de cette fissure : commande `POST_K1_K2_K3` [U4.82.05].

Le calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie par rapport à une variation de domaine n'est licite que pour les modélisations 2D (`D_PLAN`, `AXIS` et `C_PLAN`) en thermo-élasticité linéaire.

#### Attention :

*Avec cette option, la configuration contraintes planes n'est d'ailleurs prise en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique, c'est-à-dire pour la détermination des tenseurs des déformations et des contraintes à partir des déplacements. Elles ne doit pas apparaître lors du calcul de sensibilité de `MECA_STATIQUE` qui ne supporte que les modélisations `D_PLAN` et `AXIS`. Dans une telle configuration l'utilisateur est bien sûr seul juge de la pertinence de ses résultats.*

## 3.2 Opérande `CHAM_MATER`

◇ `CHAM_MATER = mater`

`mater` est le champ du matériau généré par la commande `AFFE_MATERIAU` [U4.43.03].

Le nom du champ de matériau est :

- Facultatif si le champ de déplacement est donné avec le mot-clé `RESULTAT` et si la structure de données `resu` est du type `EVOL_ELAS`, `EVOL_NOLI` :
  - Si le nom du champ de matériau est absent, l'opérateur prend celui qui est présent dans la structure de données `resu` ;
  - Si le nom du champ de matériau est fourni par l'utilisateur, l'opérateur vérifie s'il est identique à celui présent dans la structure de données `resu`. Dans le cas contraire, une alarme est émise et le calcul se poursuit avec le champ de matériau fourni par l'utilisateur.
- Obligatoire dans tous les autres cas.

Le champ de matériau permet de récupérer les caractéristiques du matériau :

- module d'YOUNG `E`,
- coefficient de POISSON `NU`,
- coefficient de dilatation thermique `ALPHA` (pour un problème thermo-mécanique),
- limite d'élasticité `SY` (pour un problème élastique non linéaire),
- pente de la courbe de traction `D_SIGM_EPSI` (pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage isotrope linéaire).

Ces caractéristiques peuvent dépendre de la température uniquement pour l'option '`CALC_G`'. Elles doivent être indépendantes de la température pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option '`CALC_K_G`').

Le calcul de sensibilité n'a été développé que pour des matériaux élastiques indépendants de la température. Ils peuvent par contre être hétérogènes.

Les caractéristiques `SY` et `D_SIGM_EPSI` ne sont traitées que pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage de von Mises et avec l'option de calcul du taux de restitution d'énergie '`CALC_G`'. Le calcul des coefficients d'intensité de contraintes est traité uniquement en élasticité linéaire.

### Remarque :

*Pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option '`CALC_K_G`'), les caractéristiques doivent être définies sur tous les matériaux, y compris sur les éléments de bord, du fait de la méthode de calcul [R7.02.05]. Pour s'assurer de ce fait, il est conseillé de faire un `AFFE = _F` (`TOUT = 'OUI'`) dans la commande `AFFE_MATERIAU` [U4.43.03], quitte à utiliser la règle de surcharge ensuite.*

## Problème du bi-matériau :

**1<sup>er</sup> cas** : On a un bi-matériau mais la pointe de fissure est dans un seul matériau, cf. [Figure 3.2-a]. Si on est assuré que la couronne, définie entre les rayons inférieur  $r$  et supérieur  $R$  (dans la commande CALC\_THETA [U4.82.02]), a comme support des éléments du même matériau, le calcul est possible quelle que soit l'option choisie. Sinon seule l'option 'CALC\_G' est possible.

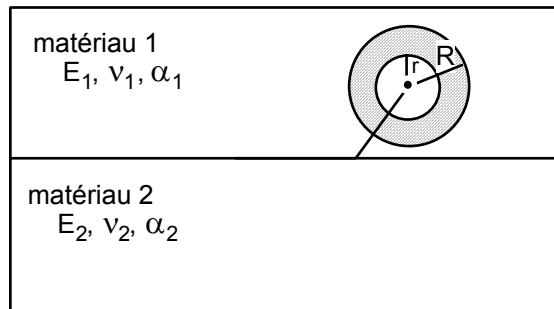


Figure 3.2-a : Bi-matériau : 1<sup>er</sup> cas

**2<sup>nd</sup> cas** : On a un bi-matériau où la pointe de fissure est à l'interface, cf. [Figure 3.2-b]. A ce jour, seule l'option de calcul du taux de restitution d'énergie (option 'CALC\_G') est disponible. Le calcul de coefficients d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$  n'est pas possible dans ce cas.

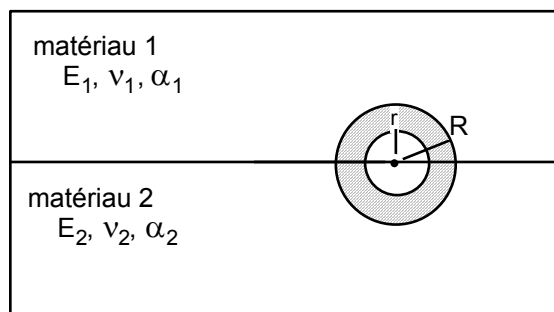


Figure 3.2-b : Bi-matériau : 2<sup>nd</sup> cas

## 3.3 Opérande THETA

♦ THETA = theta

Le champ  $\theta$  est un champ de vecteur en chaque nœud du maillage. C'est un concept de type cham\_no\_DEPL\_R. Il peut être affecté directement avec la commande AFFE\_CHAM\_NO [U4.44.11]. Dans la pratique, il est généralement issu de la commande spécifique CALC\_THETA [U4.82.02] qui permet d'affecter le module, la direction du champ  $\theta$  et les rayons de la couronne entourant le fond de fissure.

Pour plus de précisions se reporter à [R7.02.01 §3].

### Conseils :

- *Eviter d'utiliser un champ  $\theta$  défini avec un rayon inférieur nul. Les champs de déplacements sont singuliers en fond de fissure et introduisent des résultats imprécis en post-traitement de mécanique de la rupture.*
- *Il est conseillé d'utiliser successivement la commande CALC\_G\_THETA\_T avec au moins 3 champs  $\theta$  de couronnes différentes pour s'assurer de la stabilité des résultats. En cas de variation importante (supérieure à 5-10%) il faut s'interroger sur la bonne prise en compte de toute la modélisation.*
- *En 2D, ce champ  $\theta$  permettant de cerner la zone de calcul autour de la fissure est complètement indépendant du champ  $\theta$  lié au calcul de sensibilité. L'option prend en compte leurs éventuels recouvrements de supports, voire le déplacement de l'un par rapport à l'autre.*

### 3.4 Opérandes DEPL / VITE / ACCE / RESULTAT

Ces opérandes permettent de récupérer le champ de déplacement (et de vitesse et d'accélération pour un calcul en dynamique) à partir d'un champ aux nœuds ou extrait d'un résultat.

#### 3.4.1 Opérande DEPL

♦ / DEPL = depl  
depl est un champ aux nœuds solution du calcul sur mo.

#### 3.4.2 Opérande VITE / ACCE

/ ♦ VITE = vite  
♦ ACCE = acce

vite et acce sont respectivement un champ de vitesse et un champ d'accélération. Ce sont des champs aux nœuds solution d'un calcul dynamique sur mo.

Ces deux opérandes doivent être simultanément présents pour calculer le taux de restitution de l'énergie en élastodynamique [R7.02.02].

#### 3.4.3 Opérande RESULTAT

/ RESULTAT = resu  
Nom d'un concept résultat de type evol\_elas, evol\_noli, dyna\_trans ou mode\_meca.

#### 3.4.4 Opérandes TOUT\_ORDRE / NUME\_ORDRE / LIST\_ORDRE / INST / LIST\_INST / TOUT\_MODE / NUME\_MODE / LIST\_MODE / FREQ / LIST\_FREQ / PRECISION / CRITERE

Ces opérandes sont utilisés avec l'opérande RESULTAT. Voir [U4.71.00].

### 3.5 Mot clé EXCIT et opérandes CHARGE/FONC\_MULT

◇ EXCIT = \_F( ♦ CHARGE = charge  
◇ FONC\_MULT = fmult )

Le mot clé EXCIT permet de récupérer une liste de chargements charge, issus des commandes AFFE\_CHAR\_MECA ou AFFE\_CHAR\_MECA\_F [U4.44.01], et les coefficients multiplicateurs fmult.

Le mot clé EXCIT est facultatif.

Dans le cas où les déplacements sont fournis par le mot-clé RESULTAT et que la structure de données resu est du type EVOL\_ELAS, EVOL\_NOLI, le chargement pris en compte est soit celui fourni par l'utilisateur, soit celui extrait de resu s'il est absent de la commande. Si le chargement fourni est différent de celui présent dans resu (cohérence du nom et du nombre de charges, des couples charge-fonction), une alarme est émise et le calcul se poursuit avec le chargement indiqué par l'utilisateur.

Dans tous les cas, il faut veiller à ce que les charges indiquées ici aient bien été prises en compte dans le calcul mécanique précédent qui a produit le champ de déplacements.

Les chargements supportés actuellement par les différentes modélisations sont les suivantes :

Option	Modélisation	Chargement mot clé de ou	AFFE_CHAR_MECA AFFE_CHAR_MECA_F
CALC_G	C_PLAN, D_PLAN, AXIS	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP EPSI_INIT	FORCE_CONTOUR PESANTEUR ROTATION
CALC_G, CALC_G_MAX, G_BILINEAIRE	3D	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP EPSI_INIT	FORCE_FACE PESANTEUR ROTATION
CALC_K_G, K_G_MODA	C_PLAN, D_PLAN	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP FORCE_CONTOUR EPSI_INIT	PESANTEUR ROTATION
CALC_K_G, K_G_MODA	AXIS, 3D	Modélisations non disponibles (en 3D : voir opérateur CALC_G_LOCAL_T)	

Tableau 3.5-a : Périmètre, par modélisation, des chargements licites.

**Remarque :**

Les chargements non supportés par une option sont ignorés. A ce jour, les chargements suivants pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture ne sont pas traités :

- FORCE\_NODALE
- FORCE\_ARETE
- DDL\_IMPO sur les lèvres de la fissure
- FACE\_IMPO

Il est important de noter que les seuls chargements pris en compte dans un calcul de mécanique de la rupture avec la méthode  $\theta$  sont ceux supportés par les éléments à l'intérieur de la couronne, où le champ de vecteurs  $\theta$  est non nul (entre  $R_{\text{inf}}$  et  $R_{\text{sup}}$  [R7.02.01 §3.3]). **Les seuls types de charge susceptibles d'influencer le calcul de G sont donc les chargements volumiques (pesanteur, rotation), un champ de température non uniforme ou des efforts appliqués sur les lèvres de la fissure.**

**Attention :**

- Un chargement de même nature (par exemple force volumique) ne peut figurer que dans une seule charge. Dans le cas contraire, le calcul se termine en erreur.
- On applique aussi une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déformations (via 'EPSI\_INIT') et de déplacements initiaux (via 'ETAT\_INIT/DEPL' cf. [§3.9]). Seul un des deux doit subsister.
- Il n'est pas possible à ce jour d'associer une charge définie comme une fonction (AFFE\_CHAR\_MECA\_F) et un coefficient multiplicateur (FONC\_MULT). Dans ce cas, le calcul se termine en erreur.
- Pour l'option CALC\_K\_G, si un chargement est imposé sur les lèvres de la fissure (PRES\_REP ou FORCE\_CONTOUR), alors il faut **obligatoirement** orienter correctement les mailles de celles-ci (en utilisant ORIE\_PEAU\_2D) préalablement au calcul de K.
- Si on fait un calcul en grandes transformations (mot clé DEFORMATION : 'GREEN' sous le mot clé facteur COMP\_ELAS ou DEFORMATION = 'PETIT\_REAC' sous le mot clé facteur COMP\_INCR) les chargements supportés doivent être des charges mortes, typiquement une force imposée et pas une pression [R7.02.03 §2.4]; ces charges doivent avoir été déclarées comme non suivieuses dans STAT\_NON\_LINE.



Lors du calcul de la dérivée de G par rapport à une variation de domaine (calcul de sensibilité), seuls les chargements `PRES_REP` et `TEMP_CALCULEE` sont utilisables dans la totalité du processus. Cette restriction logicielle n'est due qu'au développement limité de l'option `SENSIBILITE` dans l'opérateur `MECA_STATIQUE`. Comme pour la modélisation `C_PLAN`, les autres types de chargement ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. **Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir** que pour l'assemblage des termes de la dérivée. Ils sont donc modélisés par des `AFFE_CHAR_MECA` ou `AFFE_CHAR_MECA_F` insérés entre `MECA_STATIQUE` et `CALC_G_THETA_T` (cf. [§3.10], [§5.3]).

D'autre part on ne peut, pour l'instant, que manipuler des chargements indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles.

### 3.6 Opérande `SYME_CHAR`

```
◇ SYME_CHAR = / 'SANS' , [DEFAULT]
               / 'SYME' ,
               / 'ANTI' ,
```

Le mot clé `SYME_CHAR` permet d'indiquer si le chargement est symétrique ou antisymétrique dans le cas où on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure. Ce mot clé peut être indispensable si on utilise l'option '`CALC_K_G`' pour calculer les facteurs d'intensité de contraintes : il permet d'affecter  $K_2$  à 0. si le chargement est symétrique par rapport à la fissure ou  $K_1$  à 0. s'il est antisymétrique.

Ce mot clé permet également de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie G et sa dérivée éventuelle, si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure.

	'SANS'	'SYME'	'ANTI'
<b>G</b>	$G(\theta)$	$2.D0 \cdot G(\theta)$	$2.D0 \cdot G(\theta)$
<b>K<sub>1</sub></b>	$K_1$	$K_1$	$0.D0$
<b>K<sub>2</sub></b>	$K_2$	$0.D0$	$K_2$

Tableau 3.6-a : Prise en compte de la symétrie

### 3.7 Mot clé `COMP_ELAS`

```
◇ COMP_ELAS =
```

Ce mot clé facteur permet de définir la relation de comportement du matériau utilisée pour ce post-traitement de mécanique de la rupture.

Par défaut la relation de comportement est élastique linéaire en petites déformations.

Le calcul de la dérivée de G par rapport à une variation de domaine est restreint à l'élasticité linéaire (en pré et post-traitement), par contre il a été aussi étendu aux déformations de Green-Lagrange.

#### Remarques :

- Le calcul du taux de restitution d'énergie G n'a de sens qu'en élasticité linéaire ou non linéaire (`COMP_ELAS`). Il est cependant possible de calculer en élastoplasticité (`COMP_INCR`) un paramètre G défini alors comme le flux d'énergie total (plasticité et rupture) à travers le défaut. Dans le cas de l'élastoplasticité, le défaut doit être modélisé par une entaille.
- Rien n'interdit d'affecter un comportement différent lors du calcul des déplacements (par exemple élastoplastique) puis de réaliser ce post-traitement avec une autre relation (par exemple élastique non-linéaire). L'utilisateur est responsable de l'interprétation des résultats obtenus [R7.02.03].
- Si le chargement est parfaitement radial monotone, les calculs en élasticité non linéaire et en élastoplasticité conduisent aux mêmes résultats. Pour ce type de chargement (et uniquement dans ce cas), il est également possible de faire un calcul élastoplastique sur une fissure.

Pour plus de précisions, se reporter à [U2.05.01].

## 3.7.1 Opérande RELATION

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique linéaire c'est-à-dire que la relation entre les déformations et les contraintes considérées est linéaire [R7.02.01 §1.1].

/ 'ELAS\_VMIS\_LINE'

Relation de comportement élastique non linéaire, de von Mises à écrouissage isotrope linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS\_ISOT\_LINE) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS\_VMIS\_TRAC'

Relation de comportement élastique non linéaire, de von Mises à écrouissage isotrope non linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS\_ISOT\_TRAC) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

## 3.7.2 Opérande DEFORMATION

◇ DEFORMATION = / 'PETIT'

Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

/ 'GREEN'

Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations de Green-Lagrange [R7.02.03 §2.1] :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j})$$

**Attention :**

- Les chargements supportés sont ceux supportés en élastique linéaire à condition que ce soient des charges mortes : charge imposée ou pression non suivieuse.
- Les déplacements et les rotations peuvent être grands mais il est préférable de se limiter à de petites déformations si l'on souhaite une cohérence avec le matériau réel. Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.5].

## 3.7.3 Opérandes TOUT / GROUP\_MA / MAILLE

◇ / TOUT = 'OUI' ,  
/ | GROUP\_MA = lgrma ,  
/ | MAILLE = lma ,

Spécifie les mailles ou les nœuds sur lesquels la relation de comportement est utilisée.

### 3.7.4 Relation de comportement disponible pour chaque option

	'CALC_G'	'CALC_K_G', 'K_G_MODA'
COMP_ELAS	'ELAS'	'PETIT'
	'GREEN'	'PETIT'
	'ELAS_VMIS_LINE'	non disp.
	'GREEN'	
	'ELAS_VMIS_TRAC'	non disp.
	'GREEN'	

Tableau 3.7.4-a : Disponibilité, par option, des relations de comportement.

Il est possible pour ces relations de comportement de calculer le taux de restitution d'énergie G en grandes transformations [R7.02.03 §2] à condition d'avoir uniquement des charges mortes.

## 3.8 Mot clé COMP\_INCR

◇ COMP\_INCR =

La relation de comportement est élasto-plastique associée à un critère de von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique.

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique incrémentale [U4.51.03].

/ 'VMIS\_ISOT\_LINE'

von Mises avec écrouissage isotrope linéaire ([U4.51.03] et [R5.03.20]).

/ 'VMIS\_ISOT\_TRAC'

von Mises avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction [U4.51.03].

◇ DEFORMATION =

/ 'PETIT'

Déformations linéarisées :  $\Delta \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\Delta u) = 1/2 (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i})$

/ 'PETIT\_REAC'

$\Delta \varepsilon_{ij} = 1/2 \left( \frac{\partial \Delta u_i}{\partial (X+u)_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial (X+u)_i} \right)$  [U4.51.03].

◇ TOUT / GROUP\_MA / MAILLE

Spécifient les mailles sur lesquels la relation de comportement incrémentale est utilisée.

## 3.9 Mot clé ETAT\_INIT

◇ ETAT\_INIT =

Etat initial de référence choisi. Par défaut, tous les champs sont identiquement nuls. La donnée d'un état initial n'a de sens (et n'est donc prise en compte) que pour la partie du domaine traitée en comportement incrémental (COMP\_INCR) : si le calcul est élastique (COMP\_ELAS) cela n'a aucune incidence.

Compte tenu de la formule implantée dans le source de CALC\_G\_THETA\_T, il n'est pas licite de cumuler une déformation initiale (soit directement dans la charge avec EPSI\_INIT, soit comme ci-dessous, sous forme de déplacement), avec un champ de contraintes initiales.

## Attention :

- Si l'on veut prendre en compte un état initial en élasticité, c'est le mot clé *ELAS* situé sous *COMP\_INCR* qu'il faut utiliser.
- On applique une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déplacements (via *CHARGE/EPSI\_INIT* cf. [§3.5]) et de déformations initiaux (via *ETAT\_INIT/DEPL*). Seul un des deux doit subsister.

Lors du calcul de la dérivée comme pour les chargements, ces états initiaux ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. **Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir** que pour l'assemblage des termes de cette dérivée.

D'autre part on ne peut, pour l'instant, que manipuler des états indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles (cf. [§3.10] et [§5.3]).

```
/ SIGM = sig ,  
/ DEPL = depl ,
```

Respectivement, champs de contraintes et de déplacements pris à l'état initial. Ils peuvent par exemple être issus de la commande *RECU\_CHAMP*, ou bien avoir été lus dans un fichier au format I-DEAS par la commande *LIRE\_RESU*. Soit on donne un déplacement initial, soit une contrainte initiale. Attention, si la charge transmise dans l'opérande *CHARGE* contient une déformation initiale (mot clé *EPSI\_INIT* de *AFFE\_CHAR\_MECA\_F*), celle-ci sera prise en compte de la même façon que le déplacement *depl* fourni ici ; il est alors illicite de donner un état initial avec le mot clé *DEPL*.

## 3.10 Opérande OPTION

◇ OPTION =	/ 'CALC_G',	calcul du taux de restitution d'énergie G
	/ 'CALC_K_G',	calcul des coefficients d'intensité de contraintes $K_1$ , $K_2$
	/ 'K_G_MODA',	calcul des coefficients d'intensité de contraintes modaux
	/ 'CALC_G_LAGR',	calcul de G avec propagation Lagrangienne
	/ 'G_BILINEAIRE',	calcul de la matrice G bilinéaire
	/ 'CALC_G_MAX',	maximisation de G sous contraintes bornes.

### 3.10.1 OPTION = 'CALC\_G' [R7.02.01] et [R7.02.03]

C'est l'option par défaut. Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie G par la méthode *thêta* en 2D ou en 3D pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire. En 3D, il faut diviser la valeur brute de G donnée par *Aster* par la longueur de la fissure. De même en axisymétrique, il faut diviser par le rayon en fond de fissure.

### 3.10.2 OPTION = 'CALC\_K\_G' [R7.02.05]

Cette option permet le calcul des coefficients d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$  en thermo-élasticité linéaire plane (modélisation *C\_PLAN* ou *D\_PLAN*) par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de G). Elle calcule également le taux de restitution d'énergie classique G est aussi calculé.

Si l'option 'CALC\_K\_G' est utilisée il faut fournir les informations sur le fond de fissure par l'opérande *FOND\_FISS* (cf. [§11]).

### 3.10.3 OPTION = 'K\_G\_MODA' [R7.02.05]

Cette option permet le calcul des coefficients d'intensité de contraintes modaux  $K_1$  et  $K_2$ , i.e. les facteurs d'intensité des contraintes associés aux modes propres de vibration de la structure.

Les calculs sont réalisés en thermo-élasticité linéaire plane (modélisation *C\_PLAN* ou *D\_PLAN*) par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de G), à partir d'une structure de données *RESULTAT* de type *mode\_meca* uniquement. Le taux de restitution d'énergie G est aussi calculé.

Si l'option 'K\_G\_MODA' est utilisée il faut fournir les informations sur le fond de fissure par l'opérande *FOND\_FISS* (cf. [§11]).

**3.10.4 OPTION = 'CALC\_G\_LAGR' [R7.02.04]**

Cette option concerne uniquement la propagation Lagrangienne [R7.02.04]. Il faut fournir la valeur de la propagation derrière le mot clé PROPAGATION.

**3.10.5 OPTION = 'G\_BILINEAIRE' [R7.02.01]**

Pour une série de déplacements  $(U_1, \dots, U_n)$ , cette option permet le calcul de la forme bilinéaire  $g(U_i, U_j)$  pour  $i \geq j$  ; si  $i = j$  alors  $g(u, u) = G(u)$ . Les résultats sont stockés dans une table comportant deux indices  $i$  et  $j$  en référence aux déplacements  $U_i$  et  $U_j$  ordonnés dans la liste contenue dans la structure de données résultat sous le mot clé RESULTAT.

**Attention :**

*Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.*

**3.10.6 OPTION = 'CALC\_G\_MAX' [R7.02.05]**

Cette option concerne uniquement la maximisation de G en 3D sous des contraintes bornes [R7.02.05]. Il faut fournir la valeur des contraintes bornes derrière le mot clé BORNES, cf. paragraphe 3.14.

**3.11 Opérande SENSIBILITE**

♦ SENSIBILITE = theta

Nom du paramètre sensible par rapport auquel on dérive (voir [U4.50.02]).

Avec cette opérande on a accès, en plus de la valeur du taux de restitution d'énergie telle qu'elle est fournie avec 'CALC\_G', à sa dérivée par rapport à une variation de domaine décrite par le champ  $\theta$  sensibilité (cf. [§3.10]).

Son périmètre d'application se limite aux **calculs thermo-élastiques linéaires 2D**, s'appuyant sur des **éléments finis quadratiques** complets ou incomplets (SEG3, TRIA6, QUAD8 et QUAD9). Elles supportent divers modélisations (cf [§3.1]), chargements (cf [§3.5]) et états initiaux (cf [§3.9]) en pré-ou post-traitements du calcul mécanique. Les matériaux peuvent être hétérogènes mais ils doivent être indépendants de la température.

**Remarque :**

*Le champ d'investigation de cette option est connexe de celui de l'option 'CALC\_G\_LAGR'. Dans les deux cas on évite de coûteuses études paramétriques en utilisant un maillage fixe de référence et en modélisant les variations virtuelles de domaine par des fonctions  $\theta$  appropriées.*

Le champ  $\theta_s = \text{theta}$  est un champ de vecteur 2D en chaque nœud du maillage. Il est orienté suivant l'axe des abscisses. C'est un concept de type CHAM\_NO\_DEPL\_R. Il peut être affecté directement avec la commande AFPE\_CHAM\_NO [U4.44.11].

Dans la pratique, il est généralement issu de la commande spécifique CALC\_THETA [U4.82.02] avec l'option THETA\_BANDE qui permet de saisir le module (mot-clé MODULE) et les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  (mot-clé R\_INF et R\_SUP) des points délimitant son support vertical. On rappelle que ce champ décroît de la valeur MODULE à la valeur nulle entre les abscisses  $x_1$  et  $x_2$ , et qu'il est nul partout ailleurs. Ces abscisses peuvent être négatives mais on doit avoir  $x_1 < x_2$ .

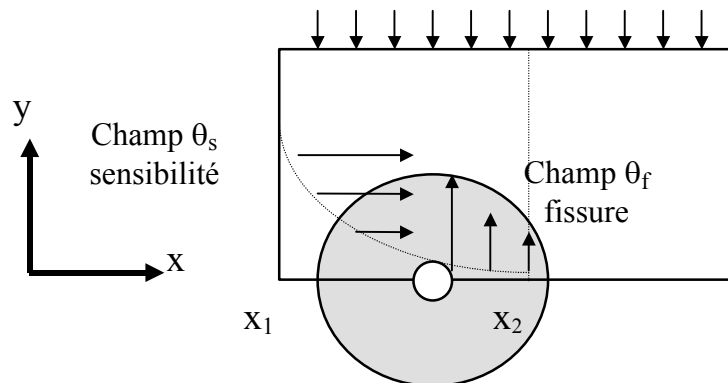


Figure 3.11-a : Dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à une variation de domaine pilotée par  $\theta_s$

## Remarques :

- Contrairement au champ  $\theta_{\text{fissure}}$  qui est juste continu et défini sous forme d'un polynôme du premier ordre, ce champ  $\theta_{\text{sensibilité}}$  est une combinaison de monômes du troisième ordre et il est de classe  $C^2$  sauf au milieu de son support (où il est juste  $C^1$ ).
- En effet, lors du calcul de  $G$  on ne fait appel qu'aux dérivées premières du champ  $\theta_{\text{fissure}}$ , alors que pour l'obtention de sa dérivée on utilise les dérivées secondes du  $\theta_{\text{sensibilité}}$ . Un compromis a donc été trouvé entre l'ordre théorique requis par les dérivations et la précision des éléments finis modélisant le calcul. Ainsi il faut avoir recours à des éléments quadratiques pour estimer cette dérivée.

## 3.12 Opérande FOND\_FISS

◇ FOND\_FISS = fiss,

Ce mot clé est obligatoire si on utilise l'option 'CALC\_K\_G'. Sinon il n'est pas utilisé.

fiss est un concept de type fond\_fiss issu de la commande DEFI\_FOND\_FISS. Il permet de récupérer le nœud de fond de fissure et la normale à la fissure [U4.82.01].

## 3.13 Opérande PROPAGATION

◇ PROPAGATION = alpha

Ce mot clé est obligatoire si on utilise l'option 'CALC\_G\_LAGR'. Sinon il n'est pas utilisé.

alpha est la valeur de la propagation [R7.02.04].

## 3.14 Mot-clé BORNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise l'option 'CALC\_G\_MAX'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir des couples de contraintes bornes  $(q_i^-, q_i^+)$  pour chaque numéro d'ordre de la structure de données resultat. On cherche alors à définir la combinaison de chargement la plus pénalisante en terme de taux de restitution d'énergie :

$$\max_{q_i^- \leq q_i \leq q_i^+} G\left(\sum_i q_i Q_i\right) = \max_{i,j=1}^N \sum G_{ij} q_i q_j \quad \text{où } Q_i \text{ sont les } N \text{ chargements unitaires associés}$$
  
aux différents déplacements  $U_i$  contenus dans la structure de données `resultat`, et  
 $G_{ij} = G(U_i, U_j)$  forme bilinéaire de  $G$ .

- ◆ NUME\_ORDRE = num  
Numéro d'ordre dans la structure de données `resultat` associé aux valeurs de contraintes bornes.
- ◆ VALE\_MIN = qmin  
Valeur minimal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.
- ◆ VALE\_MAX = qmax  
Valeur maximal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.

#### Remarques :

- L'utilisateur doit donner autant de couples de bornes que de numéros d'ordre contenus dans la structure de données `resultat` sous peine d'erreur fatale.
- Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaire où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.
- Un exemple d'utilisation de cette option pour maximiser  $G$  en présence de contraintes signées et non signées est donné dans le 5.4.

### 3.15 Opérande TITRE

◇ TITRE = titre  
[U4.03.01].

### 3.16 Opérande INFO

◇ INFO = /1, [DEFAULT]  
/2,

Niveau de messages dans le fichier 'MESSAGE'.

#### Remarque :

Pour l'option 'CALC\_K\_G', si `INFO` vaut 2, on génère le calcul et l'impression (dans le fichier `MESSAGE`) de l'angle de propagation de la fissure. Cet angle, calculé selon 3 critères ( $K_1$  ou  $G$  maximal,  $K_2$  minimal) d'après les formules d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5], est donné à 10 degrés près.

### 3.17 Table produite

La commande `CALC_G_THETA_T` génère un concept de type `table`. Celle-ci contient le taux de restitution d'énergie puis éventuellement, selon les options, sa dérivée ou les facteurs d'intensité des contraintes.

La commande `IMPR_TABLE` [U4.91.03] permet d'imprimer les résultats au format voulu.

## 4 Normalisation du taux de restitution global G

### 4.1 2D contraintes planes et déformations planes

En dimension 2 (contraintes planes et déformations planes), le fond de fissure est réduit à un point et la valeur  $G(\theta)$  issue de la commande CALC\_G\_THETA\_T est indépendante du choix du champ  $\theta$  :

$$G = G(\theta) \quad , \quad \forall \theta \in \Theta$$

### 4.2 Axisymétrie

En axisymétrie il faut normaliser la valeur  $G(\theta)$  obtenue avec Aster :

$$G = \frac{1}{R} G(\theta)$$

où  $R$  est la distance du fond de fissure à l'axe de symétrie [R7.02.01 §2.4.4].

### 4.3 3D

En dimension 3, la valeur de  $G(\theta)$  pour un champ  $\theta$  donné est telle que :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_o} G(s) \theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) ds$$

Dans la commande CALC\_THETA [U4.82.02], l'utilisateur définit la direction du champ  $\theta$  en fond de fissure. Par défaut, c'est la normale au fond de fissure dans le plan des lèvres. En choisissant un champ  $\theta$  unitaire au voisinage du fond de fissure, on a :

$$\theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) = 1$$

et :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_o} G(s) d\Gamma$$

Soit  $G$  le taux de restitution de l'énergie global, pour avoir la valeur de  $G$  par unité de longueur, il faut diviser la valeur obtenue par la longueur de la fissure  $l$  :

$$G = \frac{1}{l} G(\theta) \quad \text{en 3D}$$

### 4.4 Symétrie du modèle

Ne pas oublier de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  ou  $G(s)$  si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure (ou préciser le mot clé SYME\_CHAR = 'SYME' ou 'ANTI' dans les commandes concernées).



## 5 Exemples

### 5.1 Exemple de calcul du taux de restitution d'énergie (option 'CALC\_G') en 2D

#### 5.1.1 Calcul de G en élasticité linéaire

```
G1 = CALC_G_THETA_T ( MODELE      = mo,
                       CHAM_MATER  = chma,
                       THETA       = theta,
                       DEPL        = depl,
                       EXCIT       = _F(CHARGE = ch), )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie  $G$  sur le modèle `mo`, avec le champ de déplacement `depl` solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau `chma` produit par `AFFE_MATERIAU`,
- le champ `theta` produit par `CALC_THETA` ou `AFFE_CHAM_NO`,
- la charge `ch` produite par la commande `AFFE_CHAR_MECA` ou `AFFE_CHAR_MECA_F`.

Cet exemple est issu du test SSLP101 [V3.02.101]. Il s'agit d'une plaque fissurée en traction.

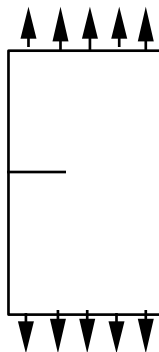


Figure 5.1.1-a : Plaque fissurée en traction

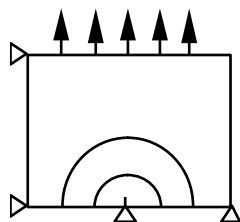


Figure 5.1.1-b : Demi-plaque fissurée en traction

Si on ne modélise que la moitié de la plaque comme sur la [Figure 5.1.1-b] il faut ajouter le mot clé :

```
SYME_CHAR = 'SYME'
```

pour préciser la symétrie du chargement par rapport à la fissure. Les valeurs de  $G$  sont ainsi multipliées automatiquement par 2.

Noter que dans ce cas le mot clé `EXCIT` n'est pas indispensable : en effet le chargement de traction `ch` ne s'applique pas entre les couronnes  $R_{inf}$  et  $R_{sup}$ . Par contre si on a une pression sur les lèvres de la fissure ou un chargement volumique, il faut les prendre en compte dans le calcul de  $G$ .

### 5.1.2 Calcul de G en élasticité non linéaire en 3D

```
G2 = CALC_G_THETA_T ( RESULTAT = resu,  
                      TOUT_ORDRE= 'OUI',  
                      THETA      = theta,  
                      COMP_ELAS  = _F(RELATION='ELAS_VMIS_TRAC'), )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie  $G$ . Le modèle, le champ matériau et les charges sont récupérés dans la structure de données *resu*, issue de *STAT\_NON\_LINE*. Le taux de restitution de l'énergie est calculé à tous les instants de calcul du problème élastique non linéaire.

La relation de comportement est élastique non linéaire de von Mises à écrouissage isotrope.

Pour d'autres exemples en 3D on pourra se reporter aux tests :

SSLV110 [V3.04.110] Fissure semi-elliptique en milieu infini  
SSLV112 [V3.04.112] Fissure circulaire en milieu infini  
HPLV103 [V7.03.103] Thermoélasticité avec fissure circulaire en milieu infini

### 5.1.3 Calcul de G en grandes transformations

```
G3 = CALC_G_THETA_T ( MODELE      = mo,  
                      RESULTAT    = resu,  
                      INST        = (1., 2., 3.),  
                      CHAM_MATER  = chma,  
                      THETA       = theta,  
                      EXCIT       = _F( CHARGE      = ch,  
                                         FONC_MULT  = fmult, )  
                      COMP_ELAS   = _F( RELATION    = 'ELAS' ),  
                                         DEFORMATION = 'GREEN' ), )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie  $G$  pour 3 instants d'un calcul non linéaire en grandes transformations à partir d'un concept *resu* issu de *STAT\_NON\_LINE*. La cohérence du modèle *mo*, du champ de matériau *chma* et de l'excitation *ch/fmult* avec les informations contenues dans la structure de données *resu* est vérifiée.

La relation de comportement est élastique "linéaire" (la relation entre les déformations et les contraintes est linéaire) mais le comportement du solide est hyperélastique (*DEFORMATION = 'GREEN'*). Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.1].

## 5.2 Exemple d'utilisation de l'option 'CALC\_K\_G'

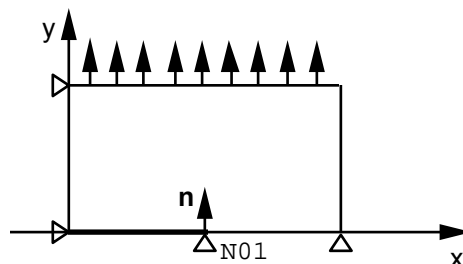


Figure 5.2-a : Calcul des facteurs d'intensités de contraintes.

Titre : Opérateur CALC\_G\_THETA\_T  
 Auteur(s) : E. GALENNE, O. BOITEAU, G. NICOLAS

Date : 31/01/06  
 Clé : U4.82.03-H1 Page : 19/24

```

ma = LIRE_MALLAGE ( )
mo = AFFE_MODELE ( MAILLAGE = ma,
                  AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                             MODELISATION = 'D_PLAN' ) )

theta = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                    THETA_2D = _F( NOEUD = 'N01',
                                   MODULE = 1.,
                                   R_INF = 2.0,
                                   R_SUP = 3.0 ),
                    DIRECTION = (1. 0.), )

ff = DEFI_FOND_FISS ( NOEUD = 'N01',
                     NORMALE = (0. 1.), )

G4 = CALC_G_THETA_T ( MODELE = mo,
                     DEPL = depl,
                     CHAM_MATER = chma,
                     THETA = theta,
                     EXCIT = _F( CHARGE = ch, ),
                     SYME_CHAR = 'SYME',
                     FOND_FISS = ff,
                     OPTION = 'CALC_K_G',
                     INFO = 2, )

IMPR_TABLE ( TABLE = G4 )

```

On calcule les facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$  sur le modèle `mo`, avec le déplacement `depl` solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau `chma` produit par `AFFE_MATERIAU`,
- la charge `ch` produite par la commande `AFFE_CHAR_MECA`.

On récupère le nœud de fond de fissure `N01` et la normale à la fissure par le concept `fond_fiss`. On précise que le chargement global est symétrique par rapport à la fissure grâce au mot clé `SYME_CHAR`.

La commande `IMPR_TABLE` permet d'imprimer dans le fichier `RESULTAT` les différentes grandeurs calculées avec l'option `CALC_K_G`, à savoir le taux de restitution d'énergie  $G$ , les facteurs d'intensité des contraintes  $K_1$  et  $K_2$ , et  $G\_IRWIN$ , taux de restitution de l'énergie obtenu à partir de la formule d'Irwin :

$$G\_IRWIN = \frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en contraintes planes}$$

$$G\_IRWIN = \frac{1-\nu^2}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en déformations planes}$$

avec  $E$  module de Young et  $\nu$  coefficient de Poisson. La comparaison entre  $G$  et  $G\_IRWIN$  permet de s'assurer de la cohérence des résultats.

Comme `INFO` vaut 2, l'angle de propagation de la fissure est également calculé, et le résultat est imprimé dans le fichier `MESSAGE` avec le format suivant :

Nœud de fond de fissure : N01

Coordonnées du nœud de fond de fissure : 0. 0.

Coordonnées de la normale à la fissure : 0. 1.

$K_1$	$K_2$	$G$ (IRWIN)
2.14364E+01	0.0000E+00	1.14880E-03

Taux de restitution d'énergie  $G$  : 1.14907E-03

Direction de la déviation de la fissure (en degrés) :

<b>Selon le critère <math>K_1</math> maximum</b>	: 0	avec $K_1$ max	: 2.14364E+01
<b>Selon le critère <math>K_2</math> nul</b>	: 0	avec $K_2$ nul	: 0.0000E+00
<b>Selon le critère <math>G</math> maximum</b>	: 0	avec $G_{max}$	: 1.1488E-03

A partir des facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$ , on peut en effet calculer les coefficients  $K_1^*$  et  $K_2^*$  correspondant à une propagation de fissure donnée (d'après les travaux d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5]).

La direction de la déviation de la fissure est calculée d'après ces résultats et selon 3 critères  $K_1^*$  maximum,  $K_2^*$  nul et  $G^*$  maximum. L'angle de propagation, donné en degré, est calculé par rapport au prolongement de la fissure.

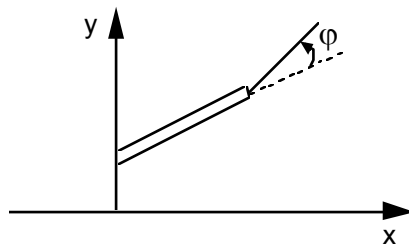


Figure 5.2-b : Angle de propagation

#### Remarques :

- Pour un chargement thermique, les coefficients caractéristiques du matériau ( $E$ ,  $\nu$ , ...) doivent être indépendants de la température.
- Attention à l'orientation de la normale à la fissure.

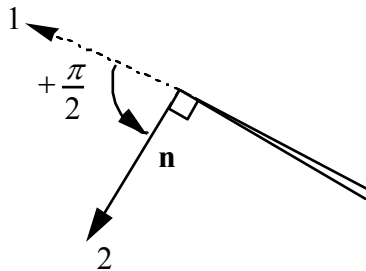


Figure 5.2-c : Orientation de la normale à la fissure

Pour d'autres exemples on pourra se reporter aux tests :

HPLP100 [V7.02.100] Plaque fissurée en thermoélasticité  
SSLP103 [V3.02.103] Plaque circulaire fissurée

### 5.3 Exemple de calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie pour une variation de domaine

Conservons la même configuration qu'au paragraphe précédent et calculons cette fois la dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à la variation de domaine pilotée par  $\theta_s$ .

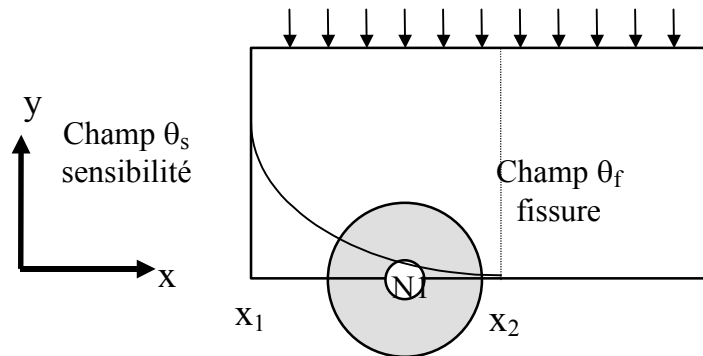


Figure 5.3-a : Dérivée de  $G(\theta_f)$  par rapport à une variation de domaine pilotée par  $\theta_s$

Après avoir construit les modèles `mo` et `moth` en modélisation 'D\_PLAN' et le champ `thêta sensibilité`  $\theta_s$  (`thetas`), via le mot-clé `THETA_BANDE` de `CALC_THETA`, on affecte des chargements thermiques de type températures imposées sur les bords droit et gauche de la structure. Ensuite, on effectue le calcul thermique proprement dit qui utilise `thetas` (fourni via le mot-clé `SENSIBILITE`) pour calculer le champ de température et sa dérivée lagrangienne.

#### Remarques :

- Le calcul de sensibilité en thermique est restreint au cas linéaire 2D, stationnaire ou transitoire, avec des sources volumiques et des conditions de température imposée, de flux normal imposé et d'échange convectif. Les conditions d'échange entre paroi et de rayonnement ne sont pas encore prises en compte [R4.03.01] [U4.54.01].
- Les éléments finis supportant le maillage doivent être quadratiques.

```
mo = AFFE_MODELE ( MAILLAGE = ma,
                   AFPE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                              MODELISATION = 'D_PLAN' ), )

moth = AFFE_MODELE ( MAILLAGE = ma,
                     AFPE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'THERMIQUE',
                                MODELISATION = 'PLAN' ), )

thetas = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                      OPTION = 'BANDE',
                      THETA_BANDE = _F( MODULE = 1.,
                                         R_INF = X1,
                                         R_SUP = X2 ), )

chther = AFFE_CHAR_THER( MODELE = moth,
                        TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordd', TEMP = -100 )
                        TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordg', TEMP = 100 ) )

resth = THER_LINEAIRE( MODELE = moth,
                       SENSIBILITE = thetas,
                       CHAM_MATER = cmth,
                       EXCIT = (CHARGE = chther), )
```

Avant d'effectuer le calcul thermo-mécanique, on affecte une pression répartie sur le bord supérieur. Ce chargement, tout comme la température calculée, est utilisé dans la totalité du processus de sensibilité, contrairement aux chargements de pesanteur et aux déformations initiales ultérieures. Ces derniers n'interviendront qu'en post-traitement du calcul de mécanique.

## Attention :

- Avec une telle prise en compte des chargements, l'utilisateur est seul responsable de l'interprétation des résultats.
- Pour être pleinement utilisable, le calcul de la sensibilité de  $G$  devra être étendu aux principaux chargements pour tout le processus.
- Le calcul de sensibilité en mécanique est restreint, pour l'instant, au cas linéaire  $D\_PLAN$  ou  $AXIS$  avec des conditions limites de types déplacement imposé, liaisons uniformes et pression externe [R4.03.01] [U4.51.01].

```
chmeca= AFPE_CHAR_MECA( MODELE = mo,
                        TEMP_CALCULEE = resth,
                        DDL_IMPO = _F (GROUP_MA='bordi',DY = 0),
                        PRES_REP = _F (GROUP_MA='bords',PRES =100),)

resme= MECA_STATIQUE( MODELE = mo,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER = cm,
                      EXCIT = _F (CHARGE = chmeca))

a1 = 1.E-8
a2 = 2.E-6
a3 = 5.E-2
FONC1 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(X**2)+a2*Y+a3')
FONC2 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(Y**2)+a2*X+a3')
FONC3 = FORMULE(NOM_PARA = ('X','Y'), VALE = 'a1*(X*Y)+a3')

f= AFPE_CHAR_MECA_F( MODELE = mo,
                     PESANTEUR = (10. 0. -1. 0.),
                     EPSI_INIT = _F ( TOUT = 'OUI',
                                       EPXX = fonc1,
                                       EPYY = fonc2,
                                       EPXY = fonc3))
```

Comme dans les exemples précédents on construit le champ  $\theta_f$  (thetaf) qui va jouer le rôle d'une fonction test lors du calcul de l'intégrale du taux de restitution d'énergie  $G(\theta_f)$  en délimitant la zone de calcul centrée autour du point N1.

```
thetaf = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                      THETA_2D =_F( NOEUD      = 'N1',
                                     MODULE     = 1.,
                                     R_INF      = r1,
                                     R_SUP      = r2, )
                      DIRECTION = (1. 0. 0.), )

G5 = CALC_G_THETA_T ( MODELE      = mo,
                      RESULTAT    = resme,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER  = chma,
                      THETA       = thetaf,
                      EXCIT       = (_F(CHARGE = chmeca),
                                     _F(CHARGE = f)),
                      SYME_CHAR   = 'SYME',
                      COMP_ELAS   = _F(RELATION = 'ELAS',
                                     DEFORMATION = 'PETIT'),
                      )
```

Pour d'autres exemples en  $D\_PLAN$  on pourra se reporter au cas-test HPLP100B [V7.02.100]. On y trouvera notamment des exemples d'enchaînements de  $CREA\_CHAMP$  permettant de construire des champs de contraintes analytiques et de translater un maillage (afin de simuler une différence finie en variation de domaine).

## 5.4 Maximisation de G en présence de contraintes non signées avec l'option 'CALC\_G\_MAX'

Cette exemple a pour but de préciser comment maximiser le taux de restitution de l'énergie pour un problème linéaire avec à la fois des contraintes signées (poids propre, pression interne) et des contraintes dont on ne connaît pas le signe a priori (séisme). Le problème étudié est en modélisation 3D, avec un comportement élastique linéaire. Le contact sur les lèvres de la fissure n'est pas pris en compte.

Supposons par exemple, qu'en plus des conditions aux limites de blocage CHCL, il y a un chargement de pression signé CHPRES, et deux chargements non signés s'appliquant sur des groupes de mailles distincts du modèle, CH\_NS1 et CH\_NS2 :

```
CHCL=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                      DDL_IMPO=( _F( GROUP_NO = 'SSUP_S', DZ = 0.),
                                   _F( GROUP_NO = 'SLAT_S', DX = 0.),
                                   _F( GROUP_NO = 'SAV_S',  DY = 0.)),)

CHPRES=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                        PRES_REP=_F( GROUP_MA = 'SINF', PRES = -1.E6),)

CH_NS1=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
                       FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SLAT', FZ = 1540),)

CH_NS2=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
                       FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SINF', FX = 2100),)
```

On calcule la solution du problème associée à chacun de ces chargements en définissant des fonctions multiplicatrices :

```
F0=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 1., 2., 0., 3., 0., ),)

F1=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 0., 2., 1., 3., 0., ),)

F2=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 0., 2., 0., 3., 1., ),)

LIST=DEFI_LIST_REEL( DEBUT=0.E+0,
                     INTERVALLE=_F(JUSQU_A = 3., NOMBRE = 3),)

RESU=MECA_STATIQUE(MODELE=MO,
                   CHAM_MATER=CHMAT,
                   EXCIT=( _F(CHARGE = CHCL),
                           _F(CHARGE = CHPRES, FONC_MULT = F0),
                           _F(CHARGE = CH_NS1, FONC_MULT = F1),
                           _F(CHARGE = CH_NS2, FONC_MULT = F2)),)
LIST_INST = LIST,)
```

On définit le fond de fissure et la couronne théta pour le calcul de G :

```
FOND=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
                     FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
                     NORMALE=(0., 0., 1.),
                     DTAN_ORIG=(1., 0., 0.),)
```

Titre : **Opérateur CALC\_G\_THETA\_T**  
 Auteur(s) : **E. GALENNE, O. BOITEAU, G. NICOLAS**

Date : **31/01/06**  
 Clé : **U4.82.03-H1** Page : **24/24**

DTAN\_EXTR=(0., 1., 0.),)

```
THETA=CALC_THETA( MODELE=MO,
                  FOND_FISS=FOND,
                  THETA_3D=_F( TOUT = 'OUI',
                              MODULE = 1.,
                              R_INF = 0.2,
                              R_SUP = 0.5),)
```

La maximisation de G se fait par l'option **CALC\_G\_MAX** de **CALC\_G\_THETA\_T** (G global) ou de **CALC\_G\_LOCAL\_T** (G local). Le coefficient du chargement signé vaut 1, les coefficients des chargements non signés varient entre -1 et 1 :

```
G_MAX=CALC_G_THETA_T( THETA=THETA,
                      RESULTAT=RESU,
                      BORNES=( _F( NUME_ORDRE = 1,
                                   VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                               _F( NUME_ORDRE = 2,
                                   VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                               _F( NUME_ORDRE = 3,
                                   VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                      OPTION='CALC_G_MAX',)
```

IMPR\_TABLE(TABLE = G\_MAX)

```
GL_MAX=CALC_G_LOCAL_T(RESULTAT=RESU,
                     FOND_FISS=FOND,
                     R_INF=0.2,
                     R_SUP=0.5,
                     BORNES=( _F( NUME_ORDRE = 1,
                                   VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                               _F( NUME_ORDRE = 2,
                                   VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                               _F( NUME_ORDRE = 3,
                                   VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                     OPTION='CALC_G_MAX',)
```

IMPR\_TABLE(TABLE = GL\_MAX)

La table produite par **CALC\_G\_THETA\_T** est la suivante :

```
#ASTER 8.02.01 CONCEPT GMAX CALCULE LE 21/12/2005 A 15:49:17 DE TYPE
#TABL_CALC_G_TH
Q_1      Q_2      Q_3      G      G_MAX
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
```

Ainsi, le taux de restitution maximum est obtenu pour la combinaison du chargement de pression avec **CH\_NS1** avec un signe '+' et **CH\_NS2** avec un signe '-'.

Pour d'autres exemples, on peut se reporter au cas test **SSLV134E/F** [V3.04.134].